Méthode d'aide à la décision basée sur un raisonnement évidentiel pour évaluer l'efficacité d'un ouvrage torrentiel de stabilisation

Simon CARLADOUS*,,*** — Jean-Marc TACNET* — Jean DEZERT**** — Corinne CURT* — Mireille BATTON-HUBERT****

** Irstea, UR ETGR Erosion Torrentielle Neige Avalanches (Grenoble),*
UR OHAX Ouvrages hydrauliques et hydrologie (Aix-en-Provence)
2 rue de la papeterie BP 76, 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex, France.
{simon.carladous, jean-marc.tacnet, corinne.curt}@irstea.fr

*** École Nationale des Mines de Saint-Étienne*
29 rue Ponchardier, 42100 Saint-Étienne,France.

**** AgroParisTech, Centre de Paris-Maine*
19 avenue du Maine, 75015 Paris, France.

***** ONERA, Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales*
Chemin de la Hunière, 91120 Palaiseau, France.

RÉSUMÉ. *L'évaluation d'indicateurs d'efficacité structurale, fonctionnelle et économique d'ouvrages de génie civil de protection contre les risques naturels en montagne, tels que les barrages de correction torrentielle, est un enjeu essentiel pour les maîtres d'ouvrage et notamment l'Etat Français, propriétaire de bon nombre de ces infrastructures. Cette évaluation repose sur l'expertise souvent basée sur des informations imparfaites (imprécises, incomplètes, incertaines) concernant les ouvrages et les scénarios de phénomènes naturels (laves torrentielles, crues avec charriage, glissements latéraux, etc.). Des méthodes d'aide multi-critères à la décision en univers incertain, associant la théorie des fonctions de croyance, des possibilités et des ensembles flous, notamment les approches ER-MCDA (Evidential Reasoning Multi-Criteria Decision Analysis) et FCOWA-ER (Fuzzy Cautious Ordered Weighted Averaging with Evidential reasoning), sont utilisées pour évaluer les critères d'efficacité à l'échelle de l'ouvrage et des dispositifs. La fusion d'information envisage des sources multiples inégalement fiables et les combine en vue de la décision (choix de niveau d'efficacité, tri des ouvrages les plus ou moins efficaces, rangement des sites). Cet article décrit leur principe et montre leur intérêt pour aider à évaluer l'efficacité fonctionnelle d'un ouvrage torrentiel de stabilisation dans un contexte de forte incertitude.*

ABSTRACT. *Assessment of structural, functional and economic effectiveness of civil protective works against natural hazard, such as torrential check dams, is a key issue for infrastructures assets owners and managers such as French government who owns many of them. This assessment relies on imperfect information (imprecise, incomplete, uncertain), provided by several sources, which relates as far to structures themselves than to natural phenomena scenarios. Decision-aid methods in uncertain contexts, coupling fuzzy sets, possibility and belief function theories (notably ER-MCDA and FCOWA-ER) are used to assess protective single works and devices effectiveness indicators. Information fusion considers multiple more or less reliable sources and combine them together in order to help decision-making (choosing, sorting or ranking alternatives). This paper describes their principles and demonstrates their interest for helping the assessment of torrent check dam functional effectiveness assessment in an environment of high uncertainty.*

MOTS-CLÉS : *aide à la décision, incertitude, théorie des fonctions de croyance, ouvrage de stabilisation torrentiel, efficacité*

KEYWORDS: *decision-support, uncertainty, belief functions, torrential check dam, effectiveness*

1. Introduction

En application de la politique de Restauration des Terrains en Montagne (RTM) datant du 19e siècle, plus de 14.000 ouvrages de correction torrentielle sont entretenus en forêts domaniales RTM. Regroupés dans des dispositifs, ils sont implantés dans les bassins de réception des bassins versants dont les phénomènes torrentiels (laves torrentielles, crues avec charriage) menacent des biens et des personnes. Leur entretien coûteux vise à maintenir le niveau de réduction du risque naturel au niveau des enjeux. Pour cela, ces dispositifs de protection limitent l'apport de matériaux provenant de l'amont, diminuant l'aléa torrentiel. Ils réalisent différentes fonctions : par exemple, un dispositif stabilise les profils en long et en travers du torrent pour limiter son incision et les érosions ou glissements de berges.

Le dispositif de stabilisation est composé de plusieurs ouvrages exposés aux phénomènes naturels s'exprimant selon différents niveaux d'intensité, correspondant à de multiples scénarios potentiels (Carladous *et al.*, 2015). Dans ce contexte, ces ouvrages doivent résister structuralement et modifier les écoulements torrentiels amont afin de provoquer un dépôt sédimentaire, de les recentrer et de les orienter pour ne pas impacter les berges latérales en aval (figure 1) (Ghariani *et al.*, 2014). L'efficacité fonctionnelle de chaque ouvrage est évaluée en comparant la réalisation des fonctions principales avec l'objectif donné pour les différents scénarios (Carladous *et al.*, 2014).

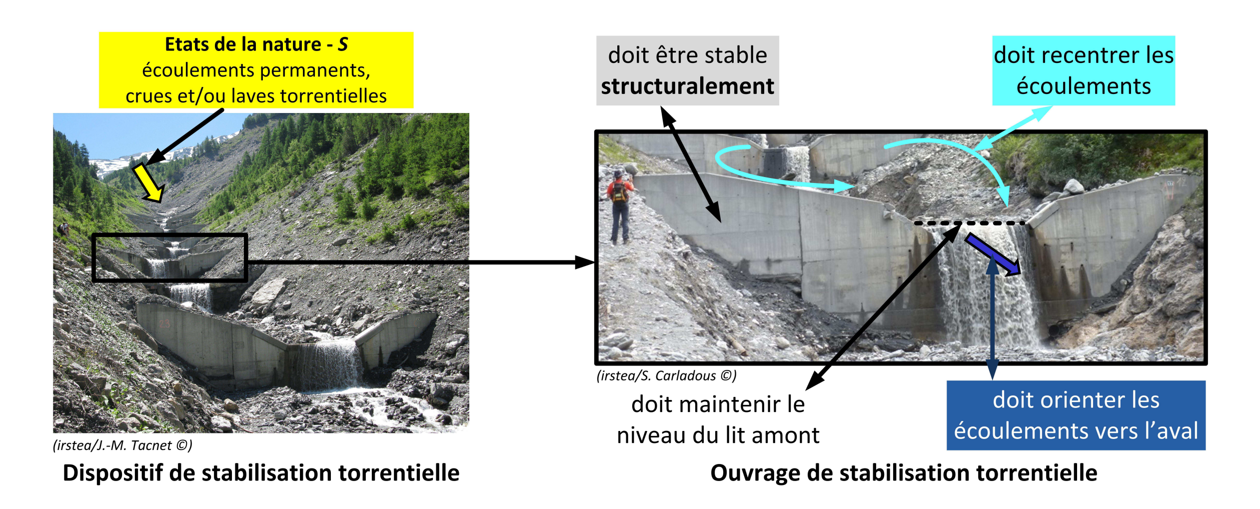


Figure 1. *Fonctions d'un ouvrage de stabilisation torrentielle dans un dispositif exposé aux phénomènes torrentiels*

Chaque critère d'évaluation de l'efficacité correspond à un mode de défaillance (Curt *et al.*, 2010). Leur évaluation se base sur celles de nombreux indicateurs évalués imparfaitement : incertitude aléatoire ou épistémique, imprécision, incomplétude, inconsistance (Tacnet, 2009). L'ouvrage est exposé aux états de la nature que sont les événements torrentiels dont l'intensité est généralement soumise à incertitude épistémique. L'évaluation de l'efficacité fonctionnelle d'un ouvrage de stabilisation est donc un problème d'aide à la décision multi-critères en univers incertain, basé sur des informations imparfaites pouvant provenir de plusieurs sources (plusieurs experts par exemple).

Pour chaque critère, les systèmes à base de règles agrègent les évaluations d'indicateurs (Curt *et al.*, 2010). Les méthodes d'Analyse Multi-Critères (AMC) agrègent l'évaluation de critères en tenant compte de l'importance attribuée à chacun par le décideur. La méthode ER-MCDA est l'extension de l'AHP (*Analytical Hierarchic Process*) (Saaty, 1980) dans le cadre théorique du raisonnement évidentiel. Elle prend en compte l'imperfection de l'évaluation de chaque critère pouvant provenir de plusieurs sources puis les agrége (Tacnet, 2009). La méthode FCOWA-ER, simplification de la méthode COWA-ER (*Cautious Ordered Weighted Averaging with Evidential Reasoning*), elle-même extension de l'approche OWA (*Ordered Weighted Averaging*), aide à la décision dans un contexte de forte incertitude sur les états de la nature en se basant sur le raisonnement évidentiel (Tacnet and Dezert, 2011; Han *et al.*, 2012). L'objectif de cet article est de montrer l'intérêt des méthodes ER-MCDA et FCOWA-ER pour aider les évaluations expertes dans le domaine torrentiel à travers leur application à l'évaluation de l'efficacité fonctionnelle d'un ouvrage de stabilisation.

La section 2 présente le formalisme d'un problème d'aide à la décision multi-critères en environnement incertain. Les bases théoriques du raisonnement évidentiel et des méthodes ER-MCDA et FCOWA-ER sont rappelées. La section 3 propose une formalisation du problème d'évaluation de l'efficacité fonctionnelle d'un ouvrage torrentiel de stabilisation puis présente les résultats obtenus en appliquant ces méthodes. Enfin, la section 4 met en avant les potentialités de ces méthodes pour ce domaine d'application tout en indiquant les difficultés et les développements restant à mener.

2. État de l'art : l'apport du raisonnement évidentiel pour aider à la décision en contexte incertain

L'aide à la décision compare q alternatives de $A = \{A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_q\}$ pour choisir la meilleure (A_{i^*}), les ranger ou les classer (Roy, 1985). L'évaluation de A_i est issue de l'agrégation de celles de critères de $G = \{g_1, \ldots, g_j, \ldots, g_m\}$. Elles sont basées sur des informations imparfaites issues de plusieurs sources s_κ ($\kappa = 1, \ldots, \upsilon$) en univers incertain.

2.1. *Formaliser l'aide à la décision selon des analyses multi-critères (AMC)*

2.1.1. *AMC de type agrégation totale, sans imperfections et en environnement certain : exemple de l'AHP*

Les m critères g_j sont comparés pour établir leur importance respective ω_j, avec $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_j, \ldots, \omega_m\}$ et $\sum_{j=1}^{m} \omega_j = 1$. La matrice [1] regroupe toutes les évaluations directes x_{ij} de chaque alternative A_i selon g_j. L'AHP aide à évaluer un critère unique de synthèse C_i par A_i, regroupés dans la matrice [2]. Pour chaque g_j, une fonction de tranformation $u_j(x)$ respecte les préférences du décideur entre les différentes alternatives. Cela permet d'obtenir $u_j(x_{ij})$ dans une échelle d'évaluation commune selon l'hypothèse d'un pré-ordre total. L'AHP compare chaque x_{ij} deux à deux par une matrice de préférences, impliquant $\sum_{i=1}^{q} u_j(x_{ij}) = 1$. Le vecteur 2 [2] est établi par agrégation pondérée : $C_i = \sum_{j=1}^{m} \omega_j . u_j(x_{ij})$ pour l'AHP. Pour un problème de choix, A_{i^*} est choisie avec $i^* \triangleq \arg\max_i \{C_i\}$.

2.1.2. *AMC et traitement de l'incertitude basée sur les probabilités*

Les résultats des AMC dépendent du mode d'agrégation et des imperfections. Celles sur $u_j(x)$ peuvent conduire à réfuter l'hypothèse de pré-ordre total comme pour les AMC de surclassement (Roy, 1985). ω_j et x_{ij} peuvent être imprécis, incertains et/ou inconsistants. On considère Ω fixe. Les probabilités objectives représentent l'incertitude aléatoire en univers risqué tandis que les subjectives représentent l'incertitude épistémique en univers incertain. Leurs distributions peuvent être discrétisées selon les états de la nature, regroupés dans $S = \{S_1, \ldots, S_k, \ldots, S_n\}$, avec $p_k = P(S_k)$ la probabilité de S_k. La matrice de décision [3] en découle. La maximisation de l'espérance mathématique $E[C_i] = \sum_{k=1}^{n} p_k . C_{ik}$ est généralement la règle de décision prise en compte. La décision se base alors sur [4] : A_{i^*} est choisie avec $i^* \triangleq \arg\max_i \{E[C_i]\}$.

$$
\begin{array}{c} \\ A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_q \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} g_1 & \ldots & g_j & \ldots & g_m \end{array} \\ \begin{pmatrix} x_{11} & \ldots & x_{1j} & \ldots & x_{1m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & \ldots & x_{ij} & \ldots & x_{im} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{q1} & \ldots & x_{qj} & \ldots & x_{qm} \end{pmatrix} \end{array} [1]
\quad
\begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_q \end{pmatrix} [2]
\quad
\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} S_1 & \ldots & S_k & \ldots & S_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} C_{11} & \ldots & C_{1k} & \ldots & C_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{i1} & \ldots & C_{ik} & \ldots & C_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{q1} & \ldots & C_{qk} & \ldots & C_{qn} \end{pmatrix} \end{array} [3]
\quad
\begin{pmatrix} E[C_1] \\ \vdots \\ E[C_i] \\ \vdots \\ E[C_q] \end{pmatrix} [4]
$$

2.2. *AMC et traitement des imperfections en univers incertain basé sur le raisonnement évidentiel*

Aider à décider entre plusieurs alternatives en tenant compte des imperfections de l'information nécessite de les représenter, de les propager et de proposer une règle de décision. Les probabilités ne représentent que l'incertitude et les ensembles que l'imprécision, ce qui les rend conservatifs. Les théories de la logique floue (ensembles flous (Zadeh, 1965) et possibilités (Zadeh, 1978)) et des probabilités imprécises représentent l'imprécision et l'incertitude. La représentation de l'incertitude épistémique par les probabilités subjectives est doublement critiquée : incapacité à traiter l'ignorance et à modéliser le comportement réel du décideur avec peu d'informations. Le raisonnement évidentiel étend les théories des probabilités et des ensembles pour tenir compte de toutes les imperfections, dont l'ignorance et le conflit entre sources.

2.2.1. *Bases théoriques du raisonnement évidentiel*

La représentation par les fonctions de croyance, introduite par la théorie de Demspter-Shafer (*DST*) (Shafer, 1976), s'appuie sur $\Theta = \{\theta_1, \ldots, \theta_s, \ldots, \theta_S\}$, cadre de discernement fini de la décision. Les éléments de Θ sont supposés exhaustifs et exclusifs. L'ensemble 2^Θ (*power set*) est celui des sous-ensembles de Θ, y compris l'ensemble vide. Une source d'informations est caractérisée par une fonction de masses de croyance (*bba*) $m(.) : 2^\Theta \rightarrow [0,1]$, avec $m(\emptyset) = 0$ et $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$, $\forall A \neq \emptyset \in 2^\Theta$. L'ignorance totale correspond à $m_\nu(\Theta) = 1$. A partir de $m(.)$, on peut construire les fonctions de croyance $Bel(.)$ et de plausibilité $Pl(.)$ avec $Bel(A) = \sum_{B \subseteq A | B \in 2^\Theta} m(B)$ et $Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset | B \in 2^\Theta} m(B)$, généralement considérées comme les limites basses et hautes de la probabilité inconnue de A.

La combinaison de $\kappa > 2$ masses de croyance $m_\kappa(.)$, issues de plusieurs sources s_κ définies sur un même cadre de discernement Θ, est obtenue par une règle de fusion. Chaque $m_\kappa(.)$ peut-être affaiblie en un nouveau jeu de masses $m'_\kappa(.)$ selon la fiabilité α_κ de s_κ, avec $\alpha_\kappa \in [0, 1]$. La première règle de fusion de Dempster introduite par Shafer (1976) est débattue depuis les critiques de Zadeh en 1979 sur son traitement du conflit entre sources (Dezert and Tchamova, 2014). Depuis les années 1990, les développements, comme la théorie de Dezert-Smarandache (*DSmT*), étendent cette théorie au raisonnement évidentiel avec des hypothèses non exclusives et non exhaustives. Des règles de fusion, comme la PCR6 (Proportional Conflict Redistribution Rule n°6), assurent une meilleure gestion du conflit (Smarandache and Dezert, 2004, 2006, 2009, 2015). Pour cet article, nous nous plaçons dans la représentation de la *DST* avec 2^Θ en utilisant la PCR6.

Connaissant $m(.)$ sur 2^Θ, différentes règles de décision représentent les attitudes du décideur : choisir le maximum de $Bel(.)$ est pessimiste, le maximum de $Pl(.)$ est optimiste, le maximum de la probabilité pignistique de Smets $BetP(.)$ (Smets, 2005) ou de Dezert-Smarandache $DSmP(.)$ sont des règles décisionnelles fournissant un bon compromis. Elles sont souvent choisies (Smarandache and Dezert, 2004, 2006, 2009, 2015).

2.2.2. *ER-MCDA (Tacnet, 2009; Dezert and Tacnet, 2011)*

La méthode ER-MCDA aide à classer chaque A_i selon les éléments de Θ en propageant l'imprécision et l'incertitude sur x_{ij} pouvant provenir de plusieurs sources s_κ et l'imperfection sur $u_j(x_{ij})$. Elle étend l'évaluation multi-critères permettant d'établir [2] à partir de [1]. L'imperfection sur l'évaluation de C_i est représentée par une fonction de masse.

1. Formalisation du problème. L'AHP aide à structurer G et établir Ω. Θ regroupe les évaluations possibles des A_i.

2. Représentation des imperfections sur x_{ij} et sur $u_j(x_{ij})$. a) L'imperfection de l'évaluation de chaque x_{ij}, pour chaque source s_κ ($\kappa = 1, \dots, \upsilon$), est représentée par une distribution de possibilités (Zadeh, 1978). $m_{ij\kappa}(.)$ est déduite sur 2^{Θ_j} avec Θ_j les évaluations possibles x_j de g_j (Baudrit *et al.*, 2005). **b)** Selon les ensembles-flous (Zadeh, 1965), une fonction d'appartenance à chaque θ_s de Θ est définie par $\mu_{\theta_s}(x_j)$, par laquelle $m_{ij\kappa}(.)$ est transformée de 2^{Θ_j} sur 2^Θ.

3. Propagation en deux étapes de fusion. **a)** $m_{ij\kappa}(.)$ sur 2^Θ est affaiblie par α_κ pour donner $m'_{ij\kappa}(.)$ sur 2^Θ (Shafer, 1976). La fusion des $m'_{ij\kappa}(.)$ donne $m_{PCR6_{ij}}(.)$ sur 2^Θ. **b)** $m_{PCR6_{ij}}(.)$ est affaiblie par ω_j pour donner $m'_{ij}(.)$ sur 2^Θ (Dezert *et al.*, 2010). La fusion des $m'_{ij}(.)$ donne $m_{PCR6_i}(.)$ sur 2^Θ, finalement normalisée ($m^{normalise}_{PCR6_i}(.)$).

4. Décision sur l'évaluation de A_i dans Θ à partir de $m^{normalized}_{PCR6_i}(.)$.

2.2.3. *FCOWA-ER (Han et al., 2012)*

Cette approche étend l'aide à la décision en environnement incertain permettant d'établir [4] à partir de [3]. L'OWA proposée par Yager (2008) représente la connaissance sur $S = \{S_1, \dots, S_k, \dots, S_n\}$ par $m(.) : 2^S \to [0, 1]$ avec les éléments focaux $X_l \in 2^S$ ($l = 1, \dots, r$). Les sous-ensembles $M_{il} = \{C_{ik}|S_k \in X_l\}$ sont déduits de [3]. Pour chaque A_i, le vecteur $W_i = [w_{i1}, \dots, w_{ik}, \dots, w_{in}]$ représente l'attitude du décideur : $W_i = [1, 0, \dots, 0]$ pour l'optimiste, $W_i = [0, 0, \dots, 1]$ pour la pessimiste. La valeur OWA est donnée par $V_i \triangleq \text{OWA}(C_{i1}, \dots, C_{ik}, \dots, C_{in}) = \sum_k w_{ik}.b_{ik}$ avec b_{ik} le $k^{\text{ème}}$ élément le plus important dans l'ensemble $\{C_{i1}, \dots, C_{ik}, \dots, C_{in}\}$ de [5]. On en déduit $V_{il} = \text{OWA}(M_{il})$. On définit une valeur espérée généralisée $C_i = \sum_{l=1}^{r} m(X_l).V_{il}$. Elle remplace $E[C_i]$ dans la matrice [6].

Pour s'affranchir du choix de W_i, difficile en pratique, la méthode COWA-ER proposée par Tacnet and Dezert (2011) extrait les résultats pessimiste et optimiste (C_i^{min} et C_i^{max}) dans la matrice d'intervalles [5] qui encadre la matrice [4]. Elle considère chaque intervalle de [5] comme une source d'information pour établir q bbas, relativement corrélées. Le nombre de fusions dépend directement de $|A|$ ce qui peut impliquer un long temps de calcul. La méthode FCOWA-ER s'affranchit de ces deux limites (Han *et al.*, 2012). Elle fait l'hypothèse que chaque colonne de [5] est une source d'informations par des attitudes pessimiste et optimiste. On peut créer deux bbas non corrélées en se basant sur la théorie des ensembles flous et les fonctions de croyance (Baudrit *et al.*, 2005; Florea *et al.*, 2008). Elles sont ensuite fusionnées en une seule étape.

1. Formalisation du problème de décision en établissant la matrice [3].

2. Représentation des imperfections en définissant $m(.)$ sur S.

3. Propagation a) Etablissement de [5]. **b)** Etablissement de [6] avec $N_i^{min} \in [0, 1] (i = 1, \dots, q)$ la valeur normalisée par le maximum de la colonne pessimiste de [5] et $N_i^{max} \in [0, 1]$ celle par le maximum de l'optimiste. **c)** $[N_1^{min}, \dots, N_q^{min}]$ et $[N_1^{max}, \dots, N_q^{max}]$ sont deux fonctions d'appartenance floue. L'approche q α-*coupes* en extrait $m_{Pess}(.)$ et $m_{Opti}(.)$, indépendants sur $\Theta = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_q\}$ (Florea *et al.*, 2008). **d)** Leur fusion par la règle PCR6 donne $m_{PCR6}(.)$ sur Θ.

4. Décision sur Θ, à partir de $m_{PCR6}(.)$, selon la règle de décision adaptée : par maximum de $Bel(.)$, $Pl(.)$, $BetP(.)$, ou de $DSmP(.)$.

$$E[C] \subset \begin{pmatrix} [C_1^{min}, C_1^{max}] \\ \vdots \\ [C_i^{min}, C_i^{max}] \\ \vdots \\ [C_q^{min}, C_q^{max}] \end{pmatrix} \quad [5]$$

$$E^{Fuzzy}[C] = \begin{pmatrix} [N_1^{min}, N_1^{max}] \\ \vdots \\ [N_i^{min}, N_i^{max}] \\ \vdots \\ [N_q^{min}, N_q^{max}] \end{pmatrix} \quad [6]$$

3. Evaluation de l'efficacité fonctionnelle d'ouvrages de stabilisation

Les critères g_j d'évaluation de l'efficacité fonctionnelle d'un ouvrage sont les fonctions à réaliser (figure 1). Les ouvrages sont exposés à S qui est discrétisé : l'efficacité est évaluée pour chaque S_k ($k = 1, \ldots, q$).

3.1. *Formalisation du problème de décision : A, Θ, S, G, Ω, sources s_κ*

On note A_i chaque barrage avec $q = 3$ (dispositif de 3 ouvrages), A_1 l'ouvrage de base aval et A_3 l'amont. L'efficacité fonctionnelle C_{ik} est évaluée sur 2^Θ avec $\Theta = \{\theta_1 -$ efficace$, \theta_2 -$ moyennement efficace$, \theta_3 -$ peu efficace$, \theta_4 -$ inefficace$\}$. Elle peut aussi être quantifiée par des notes discrètes dans $[1; 10]$. La correspondance $\theta_4 = [1; 3]$, $\theta_3 = [4; 5]$, $\theta_2 = [6; 7]$ et $\theta_1 = [8; 10]$ permet d'établir une matrice d'évaluation [5] quantitative. Elle est basée sur le même principe que celle proposée par Curt *et al.* (2010) mais est inversée pour une transformation croissante.

Les ouvrages sont exposés à S : écoulement permanent (S_1), écoulements torrentiels (S_2, S_3, S_4 de débit liquide croissant) et laves torrentielles (S_5, S_6, S_7 de débit de lave croissant). Chaque ouvrage est supposé stable structuralement. G est composé des fonctions principales de recentrage (g_1), d'orientation des écoulements vers l'axe de l'ouvrage aval (g_2) et de création d'un point fixe à un niveau attendu sur le profil en long (g_3). Selon le contexte, l'AHP aide à établir Ω pour chaque A_i (tableau 2). Dans cet exemple, les berges sont très érodables. g_1 est aussi important pour chaque A_i. Par contre, l'importance donnée à g_2 augmente de l'aval vers l'amont, alors que celle de g_3 diminue, due aux processus physiques de dégradations possibles : contournement depuis l'amont, rupture en cascade depuis l'aval. Pour l'évaluation de chaque g_j, nous considérons $\kappa = 2$ experts comme sources d'informations fiables ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$).

3.2. *ER-MCDA (cf 2.2.2)*

Les bba $m_{ij\kappa}(.)$ sur 2^Θ du tableau 1 sont obtenues après évaluation, par chaque source s_κ, des alternatives A_i exposées à S_4 selon chaque critère g_j sous forme de distribution de possibilité, transformée en bba selon une échelle floue (Carladous *et al.*, 2015). Ainsi, s_1 considère la cuvette de A_1 correctement dimensionnée ($m_{111}(\theta_1) = 0,8$), d'orientation très mauvaise ($m_{121}(\theta_4) = 0,8$) et de niveau de cuvette idéal ($m_{131}(\theta_1) = 0,9$). Les bba obtenues par la première fusion sont données dans le tableau 1. Leur affaiblissement en $m'_{ij}(.)$ et les bba obtenues par la deuxième fusion avec normalisation sont rassemblées dans le tableau 2. Cette démarche peut être reproduite pour tous les scénarios de S.

A_i		g_1			g_2			g_3		
		$m_{i11}(.)$	$m_{i12}(.)$	$m_{PCR6_{i1}}(.)$	$m_{i21}(.)$	$m_{i22}(.)$	$m_{PCR6_{i2}}(.)$	$m_{i31}(.)$	$m_{i32}(.)$	$m_{PCR6_{i3}}(.)$
A_1	θ_1	0,8	0,2	0,607366	0	0	0	0,9	0,2	0,628708
	θ_2	0,1	0,5	0,259679	0	0,2	0,052000	0,1	0,7	0,357292
	θ_3	0,1	0,3	0,132955	0,2	0,6	0,365714	0	0,1	0,014000
	θ_4	0	0	0	0,8	0,2	0,582286	0	0	0
A_2	θ_1	0	0,1	0,016250	0	0	0	0	0	0
	θ_2	0	0,3	0,108000	0,1	0,2	0,089238	0,2	0,2	0,124571
	θ_3	0,3	0,6	0,441346	0,3	0,6	0,483429	0,8	0,3	0,650154
	θ_4	0,7	0	0,434404	0,6	0,2	0,427333	0	0,5	0,225275
A_3	θ_1	0,5	0,8	0,785879	0,8	0,7	0,843434	0	0,3	0,108000
	θ_2	0,3	0,1	0,132956	0,2	0,3	0,156566	0,3	0,5	0,376833
	θ_3	0,2	0,1	0,081167	0	0	0	0,7	0,2	0,515167
	θ_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau 1. *$m_{ij\kappa}(.)$ issue de l'étape 2 et $m_{PCR6_{ij}}(.)$ après la fusion 1 de PCR6-MCDA pour chaque g_j (étape 3a).*

L'évaluation de A_i est donnée par θ_{s^*} avec $s^* \triangleq \arg\max_s m_{PCR6_i}^{normalise}(\theta_s)$. $\boldsymbol{A_1}$ est **efficace**, $\boldsymbol{A_2}$ est **peu efficace** et $\boldsymbol{A_3}$ est **efficace**. $\boldsymbol{A_3}$ est **plus efficace que** $\boldsymbol{A_1}$ car $m_{PCR6_3}^{normalise}(\theta_1) > m_{PCR6_1}^{normalise}(\theta_1)$.

A_i	ω_1	ω_2	ω_3		$m'_{i1}(.)$	$m'_{i2}(.)$	$m'_{i3}(.)$	$m_{PCR6_i}(.)$	$m_{PCR6_i}^{normalise}(.)$
A_1	0,3	0,2	0,5	$\emptyset$	0,7	0,8	0,5	0,840508	0
				$\boldsymbol{\theta_1}$	0,182210	0	0,314354	0,103288	**0,647603**
				θ_2	0,077904	0,010400	0,178646	0,033334	0,209004
				θ_3	0,039886	0,073143	0,007000	0,008003	0,050177
				θ_4	0	0,116457	0	0,014867	0,093216
A_2	0,3	0,3	0,4	$\emptyset$	0,7	0,7	0,6	0,851863	0
				θ_1	0,004875	0	0	0,000031	0,000208
				θ_2	0,032400	0,026771	0,049828	0,005014	0,033853
				$\boldsymbol{\theta_3}$	0,132404	0,145029	0,260062	0,098882	**0,667502**
				θ_4	0,130321	0,128200	0,090110	0,044210	0,298737
A_3	0,3	0,4	0,3	$\emptyset$	0,7	0,6	0,7	0,820670	0
				$\boldsymbol{\theta_1}$	0,235764	0,337374	0,032400	0,138269	**0,771029**
				θ_2	0,039886	0,062626	0,113050	0,018279	0,101932
				θ_3	0,024350	0	0,154550	0,022782	0,127039
				θ_4	0	0	0	0	0

Tableau 2. *$m'_{ij}(.)$ après affaiblissement par les ω_j puis $m_{PCR6_i}(.)$ après la fusion 2 de PCR6-MCDA (étape 3b).*

3.3. *FCOWA-ER (cf 2.2.3)*

Selon la correspondance définie dans 3.1, nous évaluons C_{ik}, comme par exemple pour S_4 à partir des résultats de 3.2 : $C_{14} = 8$, $C_{24} = 4$ et $C_{34} = 9$. Selon le même principe pour tous les S_k, la matrice [7] est établie. On considère cinq X_l : $X_1 = S_1 \cup S_2 \cup S_5$, $X_2 = S_1 \cup S_3 \cup S_6$, $X_3 = S_1 \cup S_4$, $X_4 = S_1 \cup S_7$ et $X_4 = \Theta$ avec $m(X_1) = 0,3$, $m(X_2) = 0.2$, $m(X_3) = 0.1$, $m(X_4) = 0.05$, $m(\Theta) = 0.25$. L'étape 3a de FCOWA-ER permet d'obtenir la matrice d'intervalles [8] puis l'étape 3b de normalisation donne [9]. Les étapes 3c, avec une approche par 3α-coupes, et 3d permettent d'extraire les $m_{Pess}(.)$ et $m_{Opti}(.)$ puis de les fusionner. Enfin, l'étape 4 permet de comparer les alternatives selon la règle de décision choisie parmi celles du tableau 3. Quelle qu'elle soit, $\boldsymbol{A_3}$ est **plus efficace** fonctionnellement **que** $\boldsymbol{A_1}$, et $\boldsymbol{A_2}$ est l'ouvrage **le moins efficace**.

$$\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 10 & 9 & \mathbf{8} & 9 & 6 & 3 \\ 10 & 8 & 6 & \mathbf{4} & 5 & 2 & 1 \\ 10 & 10 & 10 & \mathbf{9} & 9 & 6 & 5 \end{pmatrix} \end{array} \quad [7] \qquad \begin{pmatrix} [3.30, 7.75] \\ [3.20, 7.85] \\ [5.40, 8.50] \end{pmatrix} \quad [8] \qquad \begin{pmatrix} [0.98, 0.91] \\ [0.59, 0.92] \\ [1.00, 1.00] \end{pmatrix} \quad [9]$$

Focal element	$m_{Pess}(.)$	$m_{Opti}(.)$	$m_{PCR6}(.)$
A_3	0,018519	0,076471	0,098148
$A_1 \cup A_3$	0,388889	0	0,354575
$A_2 \cup A_3$	0	0,011765	0,006972
$A_1 \cup A_2 \cup A_3$	0,592593	0,911765	0,540305

A_i	$Bel(A_i)$	$BetP(A_i)$	$DSmP(A_i)$	$Pl(A_i)$
A_1	0	0,357390	0,000091	0,894880
A_2	0	0,183590	0,000056	0,547280
A_3	0,098148	0,459020	0,999850	1

Tableau 3. *Les deux bbas à combiner (Etape 3c), bba issue de leur fusion (Etape 3d) et résultats selon les règles de décision possibles pour chaque A_i selon FCOWA-PCR6 (Etape 4).*

4. Conclusion

Après avoir rappelé les principes généraux des AMC de type agrégation totale et du traitement de l'incertitude par les probabilités, cet article présente les développements AMC basés sur le raisonnement évidentiel comme les méthodes ER-MCDA et FCOWA-ER. Elles sont appliquées indépendamment pour comparer plusieurs ouvrages selon leur efficacité fonctionnelle, dont les critères d'évaluation sont issus d'une analyse fonctionnelle préalable. Leur intérêt est mis en avant par les résultats obtenus pour traiter, d'une part, de l'imperfection de l'évaluation des indicateurs et critères et, d'autre part, pour traiter un problème d'aide à la décision dans un contexte de forte incertitude épistémique liée aux aléas torrentiels.

La connexion entre les deux méthodes est établie au niveau de l'évaluation de C_{ik} d'une alternative pour un scénario donné. Cependant, la propagation complète de l'imperfection de l'évaluation nécessite d'intégrer la fonction de masse représentant cette évaluation dans [3] sur laquelle s'appuie ensuite FCOWA-ER. L'évaluation des fonctions de masse sur S reste un verrou opérationnel important pour la mise en oeuvre pratique de cette méthode.

D'un point de vue opérationnel, l'évaluation de l'efficacité fonctionnelle doit intégrer les différents niveaux d'efficacité structurale dont elle est dépendante. Elle doit permettre ensuite d'évaluer celle du dispositif global nécessitant un chan-

gement d'échelle. Finalement, les coûts de maintenance de ces ouvrages pour maintenir leur niveau d'efficacité doivent être comparés aux bénéfices qu'ils assurent en protégeant les enjeux économiques situés à l'aval, permettant d'intégrer la composante économique de l'efficacité à l'évaluation globale.

Remerciements
Les auteurs souhaitent remercier le Ministère de l'Ecologie, du Développement Durable et l'Energie (MEDDE), le Ministère de l'Agriculture, de l'Agroalimentaire et de la Forêt (MAAF) qui ont en partie financé ces développements.

5. Bibliographie

Baudrit C., Guyonnet D., Dubois D., Postprocessing the hybrid method for addressing uncertainty in risk assessments, *Environmental Engineering*, vol. 131, n°2, 2005, p. 1750-1754.

Carladous S., Tacnet J.-M., Eckert N., Curt C., Batton-Hubert M., Vers une analyse intégrée de l'efficacité des ouvrages de protection contre les risques naturels en montagne : évaluation économique en complément des volets structurels et fonctionnels, *Actes des 8èmes Journées Fiabilité, Matériaux et Structures - analyse de risques et fiabilité des systèmes dans leur environnement*, Aix-en-Provence, France, 9-10 avril 2014, p 61-74.

Carladous S., Tacnet J.-M., Dezert J., Batton-Hubert M., Belief function theory based decision support methods : Application to torrent protection work effectiveness and reliability assessment, *Actes de la conférence Safety and Reliability of Complex Engineered Systems*, Zürich, Suisse, 7-10 septembre 2015, Londres, UK, Taylor and Francis Group, p 3643-3652.

Curt C., Peyras L., Boissier D., A Knowledge Formalization and Aggregation-Based Method for the Assessment of Dam Performance, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 25, 2010, p 171-184.

Dezert J., Tacnet J.-M., Evidential Reasoning for Multi-Criteria Analysis based on DSmT-AHP, *Actes de l'International Symposium on AHP*, Sorrento, Italie, 2011.

Dezert J., Tchamova A., On the validity of Dempster's fusion rule and its interpretation as a generalization of Bayesian fusion rule, *International Journal of Intelligent Systems*, vol. 29, n°3, 2014, p.223-252.

Dezert J., Tacnet J.-M., Batton-Hubert M., Smarandache F., Multi-criteria decision making based on DSmT-AHP, *Actes de BELIEF : Workshop on the Theory of Belief Functions*, Brest, France, 1-2 avril 2010.

Florea M.C., Jousselme A.-L., Grenier D., Bossé E., Approximation techniques for the transformation of fuzzy sets into random sets, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, 2008, p. 270-288.

Ghariani N., Curt C., Tacnet J.-M., Analyse des dysfonctionnements des ouvrages de protection contre les crues torrentielles, *Actes des 8èmes Journées Fiabilité, Matériaux et Structures - analyse de risques et fiabilité des systèmes dans leur environnement*, Aix-en-Provence, France, 9-10 avril 2014, p 47-59.

Han D., Dezert J., Tacnet J.-M., Han C., A fuzzy-cautious OWA approach with evidential reasoning, *Actes de la 15ème International Conference on Information Fusion*, Singapour, 9-12 juillet 2012, p. 278-285.

Roy R., *Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision*, Economica Collection Gestion - Série Production et techniques quantitatives appliquées à la gestion, Paris, France, 1985.

Saaty T. L., *Multicriteria Decision Making - The Analytic Hierarchy Process : Planning, Priority Setting, resource Allocation*, Mcgraw-Hill (Tx), 1980.

Shafer G., *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton Univ. Press, 1976.

Smarandache F., Dezert J., *Advances and Applications of DSmT for Information Fusion - Collected Works, Vol. 1-4.* American Research Press, 2004, 2006, 2009, 2015.

Smets, P., Decision making in the TBM : The necessity of the pignistic transformation, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 38, 2005.

Tacnet J.-M., Dezert J., Cautious OWA and evidential reasoning for decision making under uncertainty, *Actes de la 14ème International Conference on Information Fusion Proceedings*, Chicago, Illinois, 5-8 juillet 2011, p. 2074-2081.

Tacnet J.-M., *Prise en compte de l'incertitude dans l'expertise des risques naturels en montagne par analyse multicritères et fusion d'information*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2009.

Yager R., Decision making under Dempster-Shafer uncertainties, *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, vol. 219, 2008, p. 619-632.

Zadeh L. A., Fuzzy sets, *Information and control*, vol. 8, n°3, 1965, p. 338-353.

Zadeh L. A., Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*, vol. 1, 1978, p. 3-28.